21. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (1. март 2014)

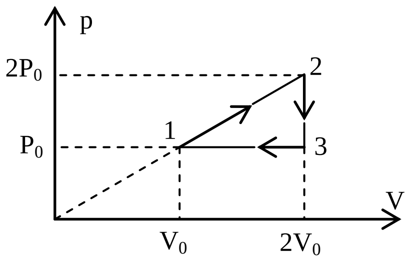
III РАЗРЕД

1. Фреквенција којом осцилује тијело од $200\,g$ окачено на крај еластичне опруге је $0{,}8\,Hz$. Колику масу треба додати тијелу да би се фреквенција смањила четири пута?

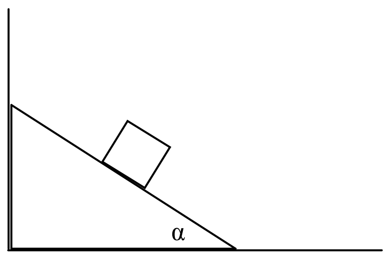
2. Једнослојни калем пречника $D = 5cm$ стављен је у хомогено магнетно поље паралелно оси калема. Магнетна индукција поља равномјерно се мења брзином $\Delta B/\Delta t = 10^{-2}\,Ts^{-1}$. Калем се састоји од $n = 1000$ навоја од бакарног проводника ($\rho = 1{,}7\cdot 10^{-8}\,\Omega m$) пресјека $S = 0{,}2\,mm^2$.
а) На крајеве калема прикључен је кондензатор капацитета $C = 10\mu F$. Израчунати наелектрисање овог кондензатора.
б) Крајеви калема су кратко спојени. Израчунати снагу која се издваја у калему.

3. Завојница активног отпора R, индуктивности L и кондензатор капацитета C везани су редно и прикључени на извор наизмјеничног напона фреквенције ν. Мјерењем је утврђено да су напони на извору, завојници и кондензатору једнаки. Одредити L и C у функцији од R и ν.

4. Радно тијело топлотне машине је 1 *мол* идеалног једноатомског гаса. Гас прави циклус представљен на слици. Колики је степен корисног дејства η те машине?



5. Одредити силу којом клин дјелује на вертикални зид када се на клину налази тијело масе m. Нагибни угао стрме равни клина је α, коефицијент трења између тијела и клина је μ, док је трење између клина и подлоге занемарљиво. Размотрити случајеве када је нагибни угао такав да тијело клизи низ стрему раван и случај када је нагибни угао такав да тијело мирује на стрмој равни.



Задатке припремио: Милко Бабић
Рецензент: проф. др Милан Пантић, ПМФ, Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА III РАЗРЕД

1.

Фреквенција осциловања тијела масе m је $\nu_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$, а фреквенција осциловања са додатном масом $\nu_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m+\Delta m}}$. Из услова задатка $\nu_2 = \frac{1}{4}\nu_1$, слиједи $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{1}{4} = \sqrt{\frac{m}{m+\Delta m}}$, па је $\Delta m = 15m = 3kg$. Дакле, треба додати масу од $3kg$.

2.

а) Наелектрисање кондензатора једнако је $q = C\varepsilon$, гдје је $\varepsilon -$ електромоторна сила која се индукује у калему: $\varepsilon = n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = nS\frac{\Delta B}{\Delta t}$, а S је површина попречног пресека калема, једнака $\pi D^2/4$. Заменом израза за ε добијамо да је $q = nC\frac{\pi D^2}{4}\frac{\Delta B}{\Delta t}$, односно $q \approx 1{,}96\cdot 10^{-7}C$.

б) Снага која се издваја у калему може се изразити као $P = \varepsilon^2/R,$ гдје је $\varepsilon = n\frac{\Delta B}{\Delta t}\cdot\frac{\pi D^2}{4}$ а $R = \rho\cdot\frac{l}{S}$, $l = D\pi n$. Заменом вредности за ε и R у израз за $P,$ добија се израз за снагу: $P = \left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)^2\frac{\pi D^3 nS}{16\rho}$. Убацивањем бројних вредности коначно добијамо: $P \approx 2{,}8\cdot 10^{-5}W$.

3.

Према услову задатка је:

$I\cdot Z = I\cdot X_C = I\cdot\sqrt{R^2 + X_L^2}$. (1)

Одавде слиједи: $R^2 + (X_L - X_C)^2 = X_C^2 = R^2 + X_L^2$, (2) односно $(X_L - X_C)^2 = X_L^2$,

$\frac{1}{C\cdot\omega} - L\cdot\omega = L\cdot\omega,\quad L\cdot\omega = \frac{1}{2\cdot C\cdot\omega}$, $L = \frac{1}{2\cdot C\cdot\omega^2}$. (3)

Из (2) слиједи:

$X_C^2 = R^2 + X_L^2 = R^2 + L^2\cdot\omega^2$. Користећи (3) $\frac{1}{C^2\cdot\omega^2} = R^2 + \frac{1}{4\cdot C^2\cdot\omega^2}$, $\frac{3}{4\cdot C^2\omega^2} = R^2$

$C = \frac{\sqrt{3}}{4\cdot\pi\cdot\nu\cdot R}$, $\qquad L = \frac{1}{2\cdot C\cdot\omega^2}$, $L = \frac{R}{2\cdot\pi\cdot\nu\cdot\sqrt{3}}$.

4.

Коефицијент корисног дејства топлотне машине дефинише се односом извршеног рада и количине топлоте коју је гас примио од грејача за један циклус: $\eta = \frac{A}{Q}$.

Рад је бројно једнак површини циклуса (троугла са тјеменима у тачкама 1, 2 и 3): $A = \frac{1}{2}(2p_0 - p_0)(2V_0 - V_0) = \frac{1}{2}p_0V_0$. (1)

На дијелу $1\rightarrow 2$ гас прима топлоту јер се његова температура повећава $(\Delta T_{12} > 0)$. Тада је рад позитиван. Из једначине стања идеалног гаса за стања 1, 2, и 3 слиједи:

$T_1 = \frac{p_0V_0}{R}$, $\quad T_2 = \frac{2p_0 2V_0}{R} = 4\frac{p_0V_0}{R} = 4\ T_1$, $\quad T_3 = \frac{p_0 2V_0}{R} = 2T_1$. (2)

На дијелу $2 \to 3$ температура опада $(\Delta T_{23} < 0)$ и не врши се рад (изохорски процес). На дијелу $3 \to 1$ температура опада, а гас врши негативан рад (над гасом се врши рад). Значи: $Q = Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$, (3) $\Delta U_{12} = nC_v(T_2 - T_1)$. (4) За идеални једноатомски гас $C_v = \frac{3}{2}R$. Рад A_{12} је одређен површином између дужи 1-2 и V осе, тј. $A_{12} = p_0V_0 + \frac{1}{2}p_0V_0 = \frac{3}{2}p_0V_0$. (5)

Количина топлоте (3), на основу (2), (4) и (5):

$$Q = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) + \frac{3}{2}p_0V_0,$$

$Q = \frac{3}{2}R\left(\frac{4\,p_0V_0}{R} - \frac{p_0V_0}{R}\right) + \frac{3}{2}p_0V_0 = \frac{3}{2}R\frac{3\,p_0V_0}{R} + \frac{3}{2}p_0V_0 = 6p_0V_0$. (6) Коначно, на основу (1) и (6) за коефицијент корисног дејства налазимо: $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{1}{2}p_0V_0}{6\ p_0V_0} = \frac{1}{12} \approx 0{,}08 = 8\ \%$.

5.

Ако је $mg \cdot \sin\alpha \geq \mu mg\cos\alpha$, (1) тј. $tg\alpha \geq \mu$, тијело клизи низ стрму раван. Тада на клин дјелује сила трења као на слици.

Осим те силе, хоризонталне компоненте имају и сила N_1 којом тијело притиска клин и сила реакције вертикалног зида N_2. Множењем (1) са $\cos\alpha$ добијамо: $mg\sin\alpha\cos\alpha \geq \mu mg\cos^2\alpha$, тј. $N_1\sin\alpha \geq F_t\cos\alpha$.

То значи да је хоризонтална компонента силе N_1 већа од хоризонталне компоненте силе F_t, па ће клин вршити притисак на вертикални зид. Сила тог притиска једнака је по интензитету сили N_2. Како клин мирује, то је: $N_2 + F_t\cos\alpha = N_1\sin\alpha$, тј. $N_2 = mg\cos\alpha(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$.

Ако је $tg\alpha \leq \mu$, тијело не клизи низ стрму раван. Довољно је посматрати гранични случај када је $tg\alpha = \mu$. Тада је $mg\sin\alpha = F_t$, односно $mg\sin\alpha\cos\alpha = F_t\cos\alpha$, или $N_1\sin\alpha = F_t\cos\alpha$. Дакле, хоризонталне компоненте сила N_1 и F_t се поништавају, те је $N_2 = 0$.